Travaux pratiques | [E] TP n°6

# Filtrage à l'aide d'un passe-bande

L'objectif de ce TP est de continuer à se familiariser avec le concept de filtre électronique, à travers l'étude approfondie d'un filtre passe bande possédant un grand facteur de qualité.

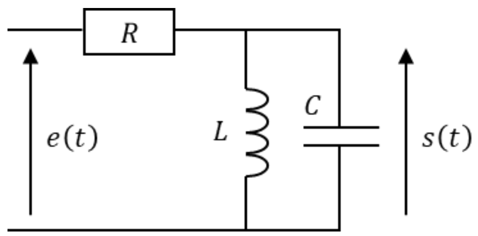
## I - Étude d'un filtre passe-bande d'ordre 2 : le circuit : $\mathbf{R}\ (\mathbf{C} \parallel \mathbf{L})$

### I.1 - Théorie

L'inconvénient d'un circuit RLC série vu en cours est qu'il est difficile d'obtenir un fort facteur de qualité. En effet, pour ce circuit : $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$. Il faudrait donc choisir une faible valeur de $R$, ce qui est impossible en pratique car il y a toujours la résistance interne du GBF qui impose une résistance minimale au circuit $R_{min} = 50\ \Omega$.

Nous allons étudier le circuit ci-dessous, qui a l'avantage d'avoir un facteur de qualité proportionnel à $R$. Avec ce circuit, il suffit donc de prendre une forte valeur de résistance pour avoir un fort facteur de qualité.

$$\underline{H}(x) = \frac{1}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} \quad \text{avec :} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$




On choisira (approximativement) les valeurs suivantes :

$$R = 10\ \mathrm{k\Omega} \quad C = 100\ \mathrm{nF} \quad L = 10\ \mathrm{mH} \quad \Rightarrow \quad f_0 \sim 5\ \mathrm{kHz} \quad Q \sim 50$$

### I.2 - Fréquence de résonance

On rappelle que la **méthode de Lissajous** (aplatissement de l'ellipse en mode XY) permet de repérer avec une grande précision une valeur de fréquence lorsque deux signaux sont en phase.

- Montrer qu'à la résonance ($x_{res} = 1$), le signal d'entrée est en phase avec le signal de sortie.
- Réaliser le montage. Mettre en entrée un signal sinusoïdal d'amplitude crête à crête de 20 V. Observer $e(t)$ et $s(t)$ à l'oscilloscope.
- Déterminer $f_{res}$ à l'aide de la méthode de Lissajous.

### I.3 - Diagramme de Bode

- Utiliser les mesures automatiques de l'oscilloscope pour mesurer $E_{rms}$ et $S_{rms}$. Tracer sur Regressi le diagramme de Bode $G_{dB}(f)$ en amplitude de ce filtre.

Afin de repérer le plus précisément possible les fréquences de coupure, nous n'allons pas tracer $G_{dB}(f)$, mais la fonction :

$$G_{corr}(f) = G_{dB}(f) - \max\big(G_{dB}(f)\big) + 3$$

Ainsi, on obtient que : $\boxed{G_{corr}(f_c) = 0}$.

- Tracer $G_{corr}(f)$ et repérer les zéros de la fonction. Réaliser, si besoin, quelques points supplémentaires autour des zéros de la fonction afin de de repérer le plus précisément possible les fréquences de coupure.

Pour un passe-bande, on rappelle que le facteur de qualité est donné par :

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f_c} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega_c} = \frac{1}{\Delta x_c}$$

- Calculer le facteur de qualité du filtre.

# II - Filtrage d'un signal créneau

## II.1 - Rappel : décomposition en série de Fourier

On donne ci-dessous la décomposition en série de Fourier d'un signal créneau d'amplitude $1\ \mathrm{V}$, de moyenne nulle et de fréquence $f_0$.

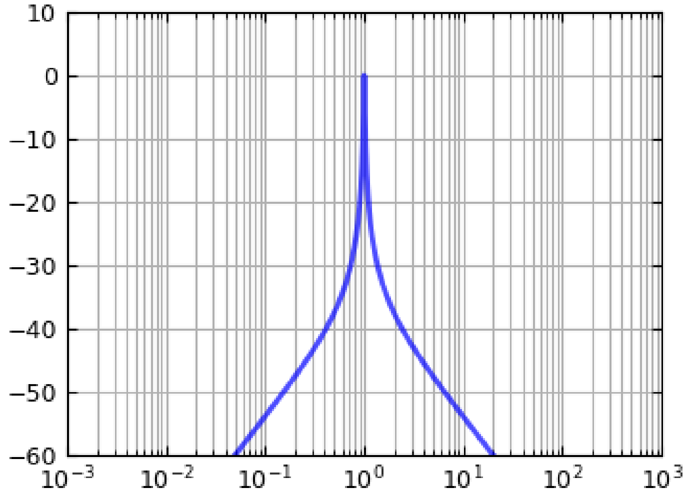
$$s_{\text{créneau}}(t) = \frac{4}{\pi}\sum_{\mathrm{n}=0}^{+\infty}\frac{\sin\big((2\mathrm{n}+1)2\pi f_0 t\big)}{2\mathrm{n}+1}$$

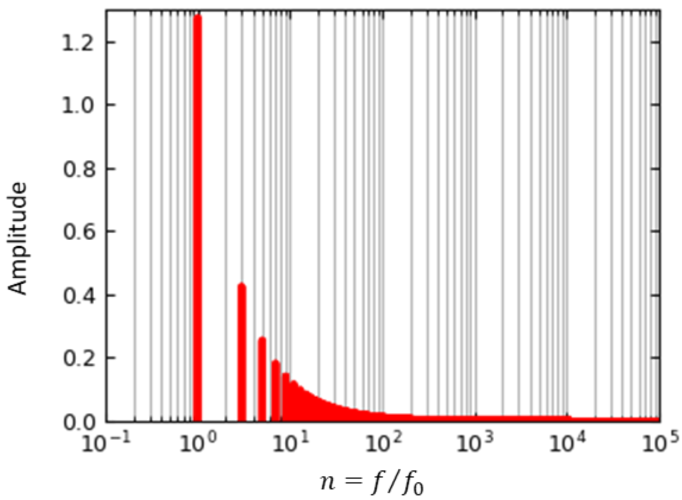
On remarque que :

- le signal ne possède que les harmoniques de rang impair ;
- l'amplitude des harmoniques décroît en $1/n$.

Vous remarquerez que le créneau du générateur n'est pas parfait (la partie anguleuse est arrondie). La conséquence est que spectre du signal n'est pas exactement celui d'un signal créneau. Et particulier, on pourra observer la présence d'harmoniques de rang pair de très faible amplitude.

On donne ci-dessous le diagramme de Bode en amplitude d'un filtre RLC (avec : $Q = 50$) et le spectre en amplitude du signal créneau, en échelle semi-log.




## II.2 - Explication de l'expérience

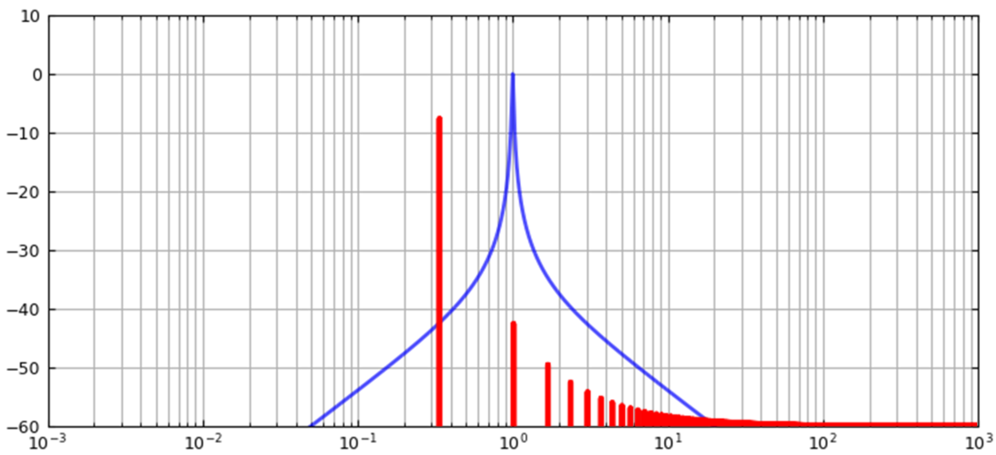
Notons $f_0$ la fréquence du signal créneau et $f_{res}$ la fréquence de résonance du filtre. Le filtre étant très sélectif (bande passante très faible), le signal de sortie sera non nul si et seulement si la fréquence de résonance du filtre correspond à la fréquence de l'une des harmoniques du créneau. Mathématiquement :

$$f_{res} = f_n = n \cdot f_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{f_0 = \frac{f_{res}}{n}} \quad \text{avec } n \text{ impair}$$

<u>Exemples</u> :

On illustre ci-contre le cas où $f_0 = f_{res}/3$.

Dans ce cas, seul l'harmonique de rang 3 sera non-filtré par le filtre.



L'objectif de la prochaine expérience est de « vérifier expérimentalement » la décomposition en série de Fourier du signal créneau.

La fréquence $f_{res}$ étant fixée par les caractéristiques du filtre, c'est $f_0$, la fréquence du créneau, que nous allons faire varier. Nous allons observer en sortie :

- un signal (quasi) nul lorsque $f_0 \neq f_{res}/n$ ou lorsque $f_0 = f_{res}/n$ avec $n$ pair ;
- un signal (quasi) sinusoïdal de fréquence $f_n$ et d'amplitude $S_n = \frac{S_1}{n}$ lorsque $f_0 = f_{res}/n$ avec $n$ impair.

## II.3 - Vérification de la décomposition de série de Fourier du créneau

- Envoyer un signal sinusoïdal d'amplitude crête à crête de 20 V. Se placer à $f_{res}$ à l'aide de la méthode de Lissajous. Mesurer l'amplitude efficace $E_0$ du signal de sortie.
- Envoyer maintenant un signal créneau sans changer les autres paramètres. Mesurer l'amplitude efficace $S_1$ du signal de sortie. Vérifier que, conformément à la formule théorique :

$$S_1 = \frac{4E_0}{\pi}$$

- Choisir à présent une fréquence $f_0 = f_{res}/n$. Observer que le signal de sortie est quasi-nul lorsque $n$ est pair et non nul lorsque $n$ est impair. Mesurer l'amplitude efficace $S_n$ des harmoniques impairs (aller jusqu'à $n = 7$ ou 9 selon la lisibilité des mesures)

Nous allons finalement vérifier la décroissance en $1/n$ de l'amplitude des harmoniques.

- Dans un tableau, calculer $S_1/S_n$ et vérifier que ce rapport est proche de $n$. Conclure.

## II.4 - Pour aller plus loin

On donne ci-dessous la décomposition en série de Fourier d'un signal triangle d'amplitude $1$ V, de moyenne nulle et de fréquence $f_0$.

$$s_{triangle}(t) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{sin\big((2n+1)2\pi f_0 t\big)}{(2n+1)^2}$$

- En utilisant un protocole similaire au précédent, vérifier que la décomposition en série de Fourier du triangle fait bien apparaître uniquement le harmoniques impairs, un coefficient $\frac{8}{\pi^2}$ et une décroissance en $1/n^2$ de l'amplitude des harmoniques.
- Comment vérifier le coefficient $(-1)^n$ ?